German RISK and INSURANCE Review

Die Separierung von Kompakttarifen in der Pensions- und Lebensversicherung

Loïc Dreher

COR&FJA AG, Stuttgart

Zusammenfassung

Kompakttarife finden nicht nur in der Pensionsversicherung, sondern auch in der (Einzel-) Lebensversicherung Verwendung. Dabei ist in vielen Fällen eine separierte Sicht auf diese Tarife nötig, da z.B. für Lebensversicherungen entwickelte Bestandsführungssysteme auf Tarifen mit separaten Tarifkomponenten basieren.

Die vorliegende Ausarbeitung präsentiert einen Ansatz, der eine exakte Separierung solcher Kompakttarife ermöglicht. Nach der Einführung von Kompakttarifen und deren Separierung werden die Besonderheiten bei der Lebensversicherung und wichtige Aspekte der Bilanzierung vorgestellt. Den Abschluss bildet ein Algorithmus zur Aufteilung bestehender Verträge in mehrere Tarifkomponenten.

Schlagwörter: Kompakttarife, Separierung, Lebensversicherung,
Pensionsversicherung, Solvency II

Abstract

Compact tariffs are not only used in pension insurance, but also in life insurance. However, in many cases it is necessary to have separate views on those tariffs, since policy management systems developed for life insurance companies are based on tariffs which have separate tariff components, for example.

This paper presents an approach which allows an accurate separation of such compact tariffs. After an introduction to compact tariffs and how to separate them, some particulars relevant for life insurance and important aspects with regard to accounting are explained. Finally, an algorithm is presented, which makes it possible to split established contracts up into several tariff components.

Keywords: compact tariffs, separation, life insurance, pension insurance, Solvency II

Die Separierung von Kompakttarifen in der Pensions- und Lebensversicherung

Loïc Dreher[1]

---

[1] COR&FJA AG, Stuttgart, http://www.cor.fja.com

1 Einleitung

Kompakttarife folgen einer Form der Tarifgestaltung, bei denen alle versicherten Risiken in einem einzigen Tarif zusammengefasst werden. Kompakttarife finden für gewöhnlich in der Pensionsversicherung Verwendung. In der (Einzel-) Lebensversicherung hingegen wird im Regelfall mit separaten Tarifkomponenten je versichertem Risiko gearbeitet. Dies ist jedoch nicht zwangsläufig der Fall, wie in dieser Arbeit vorgestellt wird.

Die Analyse der Separierung von Kompakttarifen ist zunächst von akademischem Interesse, da es eine unmittelbare Gegenüberstellung zwischen der Pensions- und der Lebensversicherungstechnik ermöglicht, insbesondere bezüglich des Berufsunfähigkeitsschutzes (BU-Schutz). Des Weiteren ist die Frage der Separierung auch von praktischer Bedeutung. Hervorzuheben ist die Abbildung von Pensionstarifen mit versicherungsförmigen Garantien in für Lebensversicherungen entwickelte Bestandführungssysteme. Solche Bestandführungssysteme basieren nämlich auf Tarifen mit separaten Tarifkomponenten. Diese Form der Verwaltung erlaubt, bezogen auf die Tarifkomponenten, eigenständige und spezifische Prozesse, z.B. bleibt beim BU-Leistungsfall die Hauptversicherung unverändert, sowie getrennte Bewertungen für die Statistik und die Bilanz. Nützlich ist die Separierung von Kompakttarifen auch hinsichtlich der Bewertung eines kompakt kalkulierten Bestandes gemäß Solvency II, da das GDV-Modell[2], das für Lebensversicherungen mit separaten Tarifkomponenten entwickelt wurde, nicht ohne Weiteres auf Kompakttarife übertragbar ist.[3]

In dieser Arbeit wird ein Ansatz präsentiert, der eine analytisch exakte Separierung von Kompakttarifen ermöglicht. Zunächst werden in Abschnitt 2 die Kompakttarife eingeführt, und den separaten Tarifkomponenten gegenübergestellt. Anschließend wird anhand eines einfachen Beispiels erläutert, was unter einer Separierung zu verstehen ist und wie diese erfolgt. In Abschnitt 3 werden zwei Lösungen für die Separierung in der Pensionsversicherung angegeben und diskutiert. In Abschnitt 4 werden zusätzlich spezifische Aspekte der Lebensversicherungstechnik wie die Zillmerung und abweichende Dauern betrachtet, da auch in der Lebensversicherung vereinzelt Kompakttarife vorkommen und diese Besonderheiten dort zu

---

[2] Vgl. Solvency II 2005

[3] Vgl. Neuburger 2006

berücksichtigen sind. Auf Aspekte der Bilanzierung wird in Abschnitt 5 eingegangen. Abschließend wird in Abschnitt 6 in Form eines Algorithmus aufgezeigt, wie bestehende Verträge in einzelne Vertragsteile gemäß den separierten Tarifkomponenten aufgetrennt werden können. Dieser Aspekt ist besonders für die Praxis, typischerweise bei einer Bestandsmigration, relevant. Es wird eine exakte Lösung konstruiert und damit gezeigt, dass es für die Umstellung eines kompakten Bestandes auf separate Tarife keiner Näherung bedarf.

2 Separierung einfacher Kompakttarife

In diesem Abschnitt werden zunächst Kompakttarife betrachtet, die sich, aufgrund ihrer Struktur, einfach separieren lassen. Gemeint sind Tarife, die sich additiv zusammensetzen. Diese Herangehensweise erlaubt es das Thema und die sich ergebende Aufgabe anhand eines einfachen Beispiels einzuführen. Insbesondere werden Kriterien für eine vollständige Separierung angegeben, die in den weiteren Abschnitten Verwendung finden, wenn Kompakttarife separiert werden, deren Struktur von der additiven Zusammensetzung abweicht. Dies sind Tarife, die einen BU-Schutz in Form einer Beitragsbefreiung im Leistungsfall beinhalten. Dies ist der Grund, weshalb in den folgenden Abschnitten vorrangig auf die BU-Beitragsbefreiung eingegangen wird.

Ein Tarif wird im Wesentlichen durch die Beitrags- und Deckungskapitalformeln beschrieben. Dies begründet sich darin, dass diese Größen die Entstehung und die zeitliche Entwicklung des Vertrages beschreiben. Der Beitrag wird bei der Policierung ermittelt, und das Deckungskapital entwickelt sich im Zuge der Jahresfortschreibung. Die weiteren Größen sind davon abgeleitet. Bei der Separierung eines Tarifs werden de facto neue Tarife eingeführt. Um diese zu definieren müssen die entsprechenden Beitrags- und Deckungskapitalformeln bestimmt werden. Dies erfolgt ausgehend von den definierenden Gleichungen des Kompakttarifs. Bei Kompakttarifen werden die Barwerte der versicherten Leistungen addiert um den Leistungsbarwert zu bilden. Konkret wird hier eine Altersrente mit Hinterbliebenenschutz in Form einer Witwen- bzw. Witwerrente betrachtet, das Vorgehen ist jedoch auf beliebige Kompakttarife übertragbar. Der Beitragsbarwert eines Kompakttarifes ohne BU-Schutz besteht aus dem gewöhnlichen Rentenbarwert, sodass alle Lebenden Beiträge zahlen. Der Beitrag

B mit einer Altersrente vom Jahresbetrag 1, mit Eintrittsalter x und Dauer n, berechnet sich anhand dieser Barwerte wie folgt:

$$B^{AWi}_{x\overline{n|}} = \frac{(1+\gamma)\cdot a^{AWi}_{x}}{(1-\beta)\cdot a_{x\overline{n|}}} = \frac{(1+\gamma)\cdot\left(a^{A}_{x} + f\cdot a^{w}_{x}\right)}{(1-\beta)\cdot a_{x\overline{n|}}}$$

wobei *f* das Summenverhältnis zwischen der Alters- und der Hinterbliebenenrente ist, und typischerweise 60% beträgt, und β der Inkasso- und γ der Verwaltungskostensatz sind. Dieser Beitrag lässt sich in einen Beitrag für eine Alters- und für eine Hinterbliebenenrente aufteilen, weil die Leistungsbarwerte additiv eingehen und die Beitragsbarwerte identisch sind, sodass sich die Additivität auf die Beiträge überträgt:

$$B^{AWi}_{x\overline{n|}} = \frac{(1+\gamma)\cdot a^{A}_{x}}{(1-\beta)\cdot a_{x\overline{n|}}} + \frac{(1+\gamma)\cdot f\cdot a^{w}_{x}}{(1-\beta)\cdot a_{x\overline{n|}}}$$

$$= B^{A}_{x\overline{n|}} + B^{Wi}_{x\overline{n|}} \qquad (1)$$

Für eine vollständige Separierung des Kompakttarifes ist das entsprechende Deckungskapital V ebenfalls aufzuteilen. Das Deckungskapital ist im Jahr m gemäß dem Äquivalenzprinzip wie folgt definiert:

$${}_{m}V^{AWi}_{x,n} = (1+\gamma)\cdot a^{AWi}_{x+m} - (1-\beta)\cdot B^{AWi}_{x\overline{n|}}\cdot a_{x+m\,\overline{n-m|}}$$

Es entspricht der kanonischen Form Leistungsbarwert abzüglich Beitragsbarwert. Es lässt sich anhand derselben Überlegungen aufteilen, wobei zusätzlich die bereits in Formel (1) separierten Beiträge eingesetzt werden:

$${}_{m}V^{AWi}_{x,n} = (1+\gamma)\cdot\left(a^{A}_{x+m} + f\cdot a^{w}_{x+m}\right) - (1-\beta)\cdot\left(B^{A}_{x\overline{n|}} + B^{Wi}_{x\overline{n|}}\right)\cdot a_{x+m\,\overline{n-m|}}$$

$$= (1+\gamma)\cdot a^{A}_{x+m} - (1-\beta)\cdot B^{A}_{x\overline{n|}}\cdot a_{x+m\,\overline{n-m|}} + (1+\gamma)\cdot f\cdot a^{w}_{x+m} - (1-\beta)\cdot B^{Wi}_{x\overline{n|}}\cdot a_{x+m\,\overline{n-m|}}$$

$$= {}_{m}V^{A}_{x,n} + {}_{m}V^{Wi}_{x,n} \qquad (2)$$

Es wurde gezeigt, dass es für die Separierung des betrachteten Tarifs genügt die Leistungsbarwerte aufzutrennen. Dies muss sowohl für den Beitrag als auch für das Deckungskapital durchgeführt werden, um eine vollständige Separierung durchzuführen. Die Formeln (1) und (2) wurden getrennt voneinander hergeleitet, ausgehend von der Beitragsformel einerseits und von der Deckungskapitalformel andererseits. Das Ergebnis ist jedoch, dass nach der Separierung die Formeln ihr konsistentes Verhältnis zueinander beibehalten, da das Deckungskapital weiterhin der kanonische Beziehung Leistungsbarwert abzüglich Beitragsbarwert, mit dem Beitrag aus der Beitragsformel, genügt. Dies folgt unmittelbar aus der Linearität der Versicherungstechnik. Nun lassen sich die Berechnungsvorschriften für die abgeleiteten Größen, ebenfalls wegen der Linearität der Versicherungstechnik, auf die Vertragsteile übertragen. Größen, für die die Linearität durch die Berechnungsvorschrift selber gestört wird, müssen weiterhin auf Vertragsebene bestimmt werden. Ein Beispiel für solch eine Größe ist die bilanzielle Deckungsrückstellung, die in Abschnitt 5 behandelt wird.

3 Separierung der Kompakttarife in der Pensionsversicherung

In Abschnitt 2 wurde gezeigt, dass ohne eingeschlossenen BU-Schutz die Separierung von Kompakttarifen trivial ist, weil sie additiv sind. Von besonderem Interesse sind Tarife, deren Struktur von der einfachen additiven Zusammensetzung abweicht. Dies sind Tarife, die einen BU-Schutz in Form einer Beitragsbefreiung im Leistungsfall beinhalten. Dies ist der Grund, weshalb im Folgenden vorrangig auf die BU-Beitragsbefreiung eingegangen wird. In diesem Abschnitt werden Kompakttarife mit BU-Schutz aus der Pensionsversicherung betrachtet. Ziel ist es den BU-Schutz in Form von Zusatzversicherungen, getrennt nach Beitragsbefreiung und Rente, zu isolieren, wie es in der Lebensversicherung üblich ist. Dies ist für den Vergleich zwischen der Pensions- und der Lebensversicherung zweckmäßig. Dafür werden zunächst die definierenden Gleichungen für den Beitrag B und für das Deckungskapital V einer Berufsunfähigkeitszusatzversicherung, wie sie üblicherweise in der Lebensversicherung kalkuliert werden[4], angegeben. Dabei werden im

---

[4] Vgl. Strohmeier/Seiler 1991

Folgenden eine Berufsunfähigkeitszusatzversicherung mit einer Rente im Invaliditätsfall mit BUZ-R und eine Berufsunfähigkeitszusatzversicherung mit einer Beitragsbefreiung im Leistungsfall mit BUZ-B bezeichnet. Der Beitrag B einer BUZ-R mit Invalidenrente R, zahlbar während der Versicherungsdauer n, berechnet sich gemäß

$$B^{BUZ\text{-}R}_{x\overline{n|}} = \frac{R \cdot (1+\gamma_4) \cdot a^{ai}_{x\overline{n|}}}{(1-\beta) \cdot a^{a}_{x\overline{n|}}} \qquad (3)$$

dabei ist γ_4 der Verwaltungskostensatz im BU-Leistungsbezug und β der Inkassokostensatz. Die Formel für den Beitrag einer BUZ-B lautet entsprechend:

$$B^{BUZ\text{-}B}_{x\overline{n|}} = \frac{B_{x\overline{n|}} \cdot (1+\gamma_4) \cdot a^{ai}_{x\overline{n|}}}{(1-\beta) \cdot a^{a}_{x\overline{n|}}} \qquad (4)$$

Die BUZ-R und die BUZ-B werden analog kalkuliert, und unterscheiden sich nur in der versicherten Leistung: Bei der BUZ-R ist es die Invalidenrente R und bei der BUZ-B ist es der durch die BUZ-B zu befreiende Beitrag B. Dieser Beitrag setzt sich aus den Beiträgen der Teile, die keine BUZ sind zusammen, da die BUZ-Teile sich selbst befreien. Die Selbstbefreiung der BUZ-Teile ist durch den Beitragsbarwert gegeben, der kalkulatorisch festlegt, dass ausschließlich lebende Aktive Beiträge zahlen. Dieser Mechanismus der Selbstbefreiung findet sich bei den Kompakttarifen mit BU-Schutz wieder, wie die im Anschluss betrachtete Formel (7) zeigt. Das entsprechende Deckungskapital V der BUZ-B hat vor Eintritt der Invalidität folgende Form:

$${}_{m}V^{BUZ\text{-}B}_{x,n} = B_{x\overline{n|}} \cdot (1+\gamma_4) \cdot a^{ai}_{x+m\overline{n-m|}} - (1-\beta) \cdot B^{BUZ\text{-}B}_{x\overline{n|}} \cdot a^{a}_{x+m\overline{n-m|}} \qquad (5)$$

Im BU-Leistungsfall wird das Deckungskapital der BUZ-B aufgestockt, während die befreiten Vertragsteile unverändert bleiben. Nach Eintritt der Invalidität berechnet sich das Deckungskapital gemäß:

$${}^{I}_{m}V^{BUZ\text{-}B}_{x,n} = B_{x\overline{n|}} \cdot (1+\gamma_4) \cdot a^{i}_{x+m\overline{n-m|}} \qquad (6)$$

Dies ist eine laufende Invalidenrente der Höhe B. Diese Rente kompensiert genau die Beiträge der zu befreienden Teile, und übernimmt somit die Beitragszahlung für den Invaliden, solange dieser lebt und Invalide bleibt, jedoch höchstens bis zum Ablauf der Versicherungsdauer n. Der Vertrag ist, unter Berücksichtigung der Selbstbefreiung der BUZ-Teile, somit in Summe beitragsfrei. Dies ist die kanonische Funktionsweise einer BUZ-B.

Kompakttarife zeichnen sich dadurch aus, dass der Leistungsbarwert die Summe der Barwerte der versicherten Risiken ist. Betrachtet werden hier eine Altersrente zzgl. BUZ- und Hinterbliebenenrente, wobei das Summenverhältnis mit der Altersrente respektive 1 und *f* beträgt. Als Beitragsbarwert dient, analog der BUZ-B in Formel (4), der Aktiven Rentenbarwert, falls wie von nun an betrachtet ein BU-Schutz besteht. Der Beitrag B mit einer Rente vom Jahresbetrag R berechnet sich anhand dieser Barwerte, wobei die Notation an Neuburger[5] angelehnt ist, wie folgt:

$$B_x^{aiAWi} = \frac{(1+\gamma)\cdot A_x^{aiAWi}}{(1-\beta)\cdot a_x^a} = \frac{(1+\gamma)\cdot R\cdot\left(a_x^{aiA} + f\cdot a_x^{aw}\right)}{(1-\beta)\cdot a_x^a} \tag{7}$$

wobei großgeschriebene Barwerte A als inklusive der Rente R zu verstehen sind. Die entsprechenden Deckungskapitalien im Versicherungsjahr m lauten für einen Aktiven

$${}_mV_x^{aiAWi} = (1+\gamma)\cdot A_{x+m}^{aiAWi} - (1-\beta)\cdot B_x^{aiAWi}\cdot a_{x+m}^a \tag{8}$$

und für einen Invaliden

$${}_mV_x^{iAWi} = (1+\gamma)\cdot A_{x+m}^{iAWi} = (1+\gamma)\cdot\left(a_{x+m}^i + f\cdot a_{x+m}^{iw}\right) \tag{9}$$

Es ist insbesondere zu beachten, dass durch den als Beitragsbarwert verwendeten Barwert einer Aktivenrente a^a, wie bei der oben eingeführten BUZ, der Tatsache Rechnung getragen wird, dass ausschließlich Mitglieder der Hauptgesamtheit Beiträge

---

[5] Vgl. Neuburger 1997

zahlen, und der Vertrag bei Übergang der versicherten Person in eine Nebengesamtheit beitragsfrei wird. Durch diesen Mechanismus wird implizit die Beitragsbefreiung des Kompakttarifs im Invaliditätsfall versichert. Mit dem BU-Schutz modifiziert sich folglich der Beitragsbarwert des Kompakttarifes. Die separierten Teile sollen sich, mit Ausnahme der BUZ-Teile, bei Invalidität nicht selbst befreien. Dies soll, wie in der Lebensversicherung, eine noch zu bestimmende BU-Beitragsbefreiung übernehmen. Insofern haben die separierten Teile verschiedene Beitragsbarwerte, wobei der Beitragsbarwert der BUZ-Teile mit dem des Kompakttarifes übereinstimmt. Die einfache Additivität der Tarife, wie sie in Abschnitt 2 ohne BU-Schutz vorlag, ist deswegen nicht mehr gegeben, obwohl die Leistungsbarwerte weiterhin additiv sind. Es ist interessant festzustellen, dass sich die Leistungsbarwerte für die Alters- und die Hinterbliebenenrente unterscheiden, je nach dem ob ein BU-Schutz mitversichert ist – oder nicht. Dies folgt daraus, dass jeweils andere Ausscheidungsordnungen für die Berechnung der Barwerte zugrunde gelegt werden. Mit dem Vorgriff auf die später erfolgende Separierung der Tarife lässt sich dies folgendermaßen ausdrücken: Dies bedeutet nichts anderes, als dass unterschiedliche Hauptversicherungen (Altersrenten) in Abhängigkeit von den gewünschten Zusatzversicherungen (BUZen), auszuwählen sind. Dies ist zumindest aus Sicht der Lebensversicherung eine ungewöhnliche Vorstellung. Im weiteren Verlauf wird die Ursache hierfür analysiert und daraus ein Ansatz abgeleitet, der diese Schwierigkeit behebt.

3.1 Intuitiver Ansatz für die Separierung

Die Leistungsbarwerte lassen sich, wie in Abschnitt 2 gezeigt, relativ einfach einem bestimmten versicherten Risiko entsprechend auftrennen. Damit bleibt die Gestalt der meisten separierten Teile klar, und es bleibt nur die separierte Beitragsbefreiung im Invaliditätsfall zu bestimmen. Diese ist im Kompakttarif implizit über den Beitragsbarwert gegeben. Das Ziel besteht nun darin, für die Beitragsbefreiung eine explizite Darstellung zu finden. Eine einfache Zerlegung wie in Abschnitt 2 ist nicht evident, weil die Beitragsbarwerte der Zieltarife unterschiedlich sind: Bei der BUZ-B sollen nur die Aktiven, bei den im Invaliditätsfall durch die BUZ-B beitragsbefreiten Tarifen auch die Invaliden, zumindest kalkulatorisch, die Beiträge zahlen. Aus diesem Grund wird der Ansatz verfolgt, von dem betrachteten Kompakttarif, jedoch ohne BUZ-Rente, die zu befreienden Tarife (ohne implizite Beitragsbefreiung) abzuziehen. Die zwei Tarife haben somit identische Leistungsbarwerte und unterscheiden sich ausschließlich im Beitragsbarwert: Bei dem ersten Tarif zahlen, wie bei der zu bestimmenden BU-Beitragsbefreiung, nur die Aktiven, bei dem zweiten auch die Invaliden, die Beiträge. Die Differenzbildung ist sowohl für die Beitrags- als auch für die Deckungskapitalgleichung in allen relevanten Zuständen durchzuführen. Die beitragsfreien Zustände nach Beitragsfreistellung sind bei dieser Betrachtung Trivialfälle, weil die Leistungsbarwerte identisch sind, und die Beitragsbefreiung dann natürlich entfällt – so wie es sein muss. Der Beitragsfreie Zustand wegen Invalidität kommt jedoch im Vergleich zu dem Beispiel aus Abschnitt 2 hinzu. Der in Formeln ausgedrückte Ansatz ergibt folgende Gleichung:

$$B_x^{BU\text{-}B} = \tilde{B}_{\bar{x}}^{AWiBf} - \tilde{B}_{\bar{x}}^{AWi} = B_x^{aiAWi} - B_x^{BUZ\text{-}R} - \tilde{B}_{\bar{x}}^{AWi} \tag{10}$$

wobei das hochgestellte BU-B gewählt wurde, weil es sich um einen Ansatz handelt, und deshalb Ungewissheit darüber herrscht, ob das Ergebnis einer BUZ-B entspricht. Das hochgestellte "Bf" signalisiert, dass als BU-Schutz eine implizite Beitragsbefreiung eingeschlossen ist. Die zugrunde gelegte BUZ-R entspricht exakt der in Formel (3) eingeführten, und leistet somit nur bis zum Altersrentenbeginn z (mit n := z-x) und nicht lebenslänglich. Die Rentenzahlung ab Rentenbeginn übernimmt somit komplett die Altersrente. Daraus ergibt sich folgender Leistungsbarwert für die Altersrente, mit der Notation aus Wolfsdorf[6] Seite 321:

$$\tilde{a}_x^{A} := a_x^{aiA} - a_{x\overline{n|}}^{ai} = a_x^{aA} + a_x^{ai} - a_{x\overline{n|}}^{ai} = a_x^{aA} + a_x^{aiiA} \tag{11}$$

Dies ist eine Rente, die ab Rentenbeginn eine Leibrente zahlt, unabhängig davon, ob der Rentenbeginn als Aktiver oder als Invalider erlebt wird.

Die Berechnung des Beitrages der BU-B besteht im Wesentlichen darin, die Terme der gebildeten Differenz auf einen gemeinsamen Nenner zu bringen:

---

[6] Vgl. Wolfsdorf 1997

$$B^{BU-B}_{x\overline{n|}} = \frac{(1+\gamma)\cdot \tilde{A}^{AWi}_x}{(1-\beta)\cdot a^a_x} - \frac{(1+\gamma)\cdot \tilde{A}^{AWi}_x}{(1-\beta)\cdot a_{x\overline{n|}}} = \frac{(1+\gamma)\cdot \tilde{A}^{AWi}_x}{a_{x\overline{n|}}} \cdot \frac{a_{x\overline{n|}} - a^a_x}{(1-\beta)\cdot a^a_x} \tag{12}$$

In diesem Ausdruck ist bereits die Struktur einer Beitragsbefreiung zu erkennen, die sich weiter verdeutlichen lässt:

$$B^{BU-B}_{x\overline{n|}} = \left[(1-\beta)\cdot \tilde{B}^{AWi}_{x\overline{n|}}\right]\cdot \frac{a_{x\overline{n|}} - a^a_{x\overline{n|}}}{(1-\beta)\cdot a^a_{x\overline{n|}}} \tag{13}$$

Dies ist die kanonische Form einer BUZ-B, wie sie mit Formel (4) eingeführt wurde. Die BU-B unterscheidet sich jedoch darin von der BUZ-B, dass sie den Sparbeitrag; und nicht den kompletten Beitrag, des zugrunde gelegten Kompakttarifes ohne BU-Schutz befreit. Der Rest des Ausdruckes ist von dem Ausgangstarif unabhängig und damit allgemeingültig. Der erhaltene Leistungsbarwert a -a^a ist ein anderer als der gewohnte Barwert einer BUZ aus Formel (4). Wie jedoch bekannt ist[7], gilt die Identität

$$a^{ai}_{x\overline{n|}} = a_{x\overline{n|}} - a^a_x \tag{14}$$

für den Spezialfall übereinstimmender Sterblichkeiten q^i_x = $q^{aa}{}_x$ = q_x. Analoges gilt unter dieser Bedingung und Berücksichtigung der daraus folgenden Identität (14) für den Leistungsbarwert der Altersrente aus (11):

$$\tilde{a}^A_x = a^{aA}_x + a^{ai}_x - a^{ai}_{x\overline{n|}}$$

$$= a^{aA}_x + (a_x - (a^a_x + a^{aA}_x)) - (a_{x\overline{n|}} - a^a_x)$$

$$= a_x - a_{x\overline{n|}} = a^A_x$$

[7] Vgl. Strohmeier/Seiler 1991

Der zusammengesetzte Barwert lässt sich somit zu einem Grundbarwert zusammenfassen, und entspricht unter dieser Bedingung dem einer Altersrente für den gemischten Bestand, vgl. mit Formel (1).

Das analoge Verfahren wird nun auf die entsprechenden Deckungskapitalformeln für die verschiedenen Zustände angewandt:

$$
\begin{aligned}
{}_mV^{BU\text{-}B}_{x,n} &= {}_m\tilde{V}^{AWiBf}_{x,n} - {}_m\tilde{V}^{AWi}_{x,n} \\
&= (1+\gamma)\cdot \tilde{A}^{AWi}_{x\,\overline{n}|} - (1-\beta)\cdot \tilde{B}^{AWiBf}_{x\,\overline{n}|} \cdot a^{a}_{x+m\,\overline{n-m}|} - \left((1+\gamma)\cdot \tilde{A}^{AWi}_{x\,\overline{n}|} - (1-\beta)\cdot \tilde{B}^{AWi}_{x\,\overline{n}|} \cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|}\right) \\
&= -(1-\beta)\cdot \tilde{B}^{AWiBf}_{x\,\overline{n}|} \cdot a^{a}_{x+m\,\overline{n-m}|} + (1-\beta)\cdot \tilde{B}^{AWi}_{x\,\overline{n}|} \cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|} \\
&= \left[\tilde{B}^{AWi}_{x\,\overline{n}|} \cdot (1-\beta)\right]\cdot \left(a_{x+m\,\overline{n-m}|} - a^{a}_{x+m\,\overline{n-m}|}\right) - (1-\beta)\cdot B^{BU\text{-}B}_{x\,\overline{n}|} \cdot a^{a}_{x+m\,\overline{n-m}|}
\end{aligned}
\tag{15}
$$

Der letzte Schritt begründet sich in dem Ansatz für den Beitrag der BU-B, d.h. durch Einsetzen der Formel (10).

Der Beitrag und das Deckungskapital der befreiten Teile sollen sich, wie in der Lebensversicherung, bei Invalidität nicht ändern. Es ist also von dem Invalidendeckungskapital ohne die laufende BU-Rente dasselbe Deckungskapital wie in Formel (15) abzuziehen. Nachfolgend ist die Berechnung des Deckungskapitals nach Eintritt des BU-Falles dargestellt

$$
\begin{aligned}
{}^{I}_{m}V^{BU\text{-}B}_{x,n} &= {}_mV^{iiAWi}_{x,n} - {}_m\tilde{V}^{AWi}_{x,n} = {}_mV^{iAWi}_{x} - {}_mV^{i}_{x\,\overline{n}|} - \left((1+\gamma)\cdot \tilde{A}^{AWi}_{x\,\overline{n}|} - (1-\beta)\cdot \tilde{B}^{AWi}_{x\,\overline{n}|} \cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|}\right) \\
&= (1-\beta)\cdot \tilde{B}^{AWi}_{x\,\overline{n}|} \cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|} + (1+\gamma)\cdot \left(A^{iAWi}_{x} - A^{i}_{x\,\overline{n}|} - \tilde{A}^{AWi}_{x\,\overline{n}|}\right)
\end{aligned}
\tag{16}
$$

Das Ergebnis ist erneut, dass nach der Separierung die Formeln ihr konsistentes Verhältnis zueinander beibehalten, da das Deckungskapital weiterhin der kanonischen Beziehung Leistungsbarwert abzüglich Beitragsbarwert, mit dem Beitrag aus der

Beitragsformel bzw. 0 bei Invalidität, genügt. Die hergeleiteten Formeln beschreiben vollständig eine Beitragsbefreiung, von der Beitragsbestimmung über die zeitliche Entwicklung bis hin zum Leistungsfall. Es taucht jedoch im Invaliditätsfall folgender störender Term in Formel (16) auf

$$(1+\gamma)\cdot\left(A_{x\overline{n|}}^{iAWi} - A_{x\overline{n|}}^{i} - \tilde{A}_{x\overline{n|}}^{AWi}\right) \tag{17}$$

der die Darstellung der leistenden Beitragsbefreiung als reine laufende Rente wie in Formel (6) verhindert. Dieser Term, der sich auf die Alters- und Hinterbliebenenrente bzw. die BUZ-R bezieht, verschwindet allerdings konsistenterweise zu Rentenbeginn, weil im Rentenbezug $i_x = 0$ und $q^i_x = q^{aa}_x = q_x$ gilt.

3.2 Modifizierter Ansatz für die Separierung

Es wurde bereits angesprochen, dass der in Abschnitt 3.1 diskutierte Ansatz die unbefriedigende Eigenschaft hat, verschiedene Tarife zu verlangen, je nach dem ob BU-Schutz besteht – oder nicht. Dies ist in einer „separierten Welt" unüblich. Dieser Sachverhalt ist darauf zurückzuführen, dass in der Modellierung der Pensionstarife mit BU-Schutz streng nach Aktiven und Invaliden unterschieden wird. Die Invalidenrente wird deshalb lebenslänglich kalkuliert. Sie umfasst also implizit die Altersrente im Anschluss an die Berufsunfähigkeit, falls der Rentenbeginn als Invalide erlebt wird. Ggf. beinhaltet sie zusätzlich die Anwartschaft auf Hinterbliebenenrente für einen Invaliden. Die Altersrente hingegen berücksichtigt nur aktive Anwärter. Der alternative Ansatz besteht deshalb darin, die Differenz zwischen dem Leistungsbarwert mit und ohne Berufsunfähigkeitsschutz der Berufsunfähigkeitsrente zuzuordnen, d.h. es wird eine spezielle separierte Berufsunfähigkeitsrente eingeführt, die analog der BU-B als BU-R, zur Unterscheidung von der üblichen BUZ-R aus (3), bezeichnet wird. Der Leistungsbarwert der BU-R im Zustand aktiv bzw. im Zustand invalide wird als folgende Differenz festgelegt:

$$A_{x\overline{n|}}^{BU\text{-}R} = A_{x\overline{n|}}^{aiAWi} - A_{x\overline{n|}}^{AWi}$$

$${}^{I}A_{x\overline{n|}}^{BU\text{-}R} = A_{x\overline{n|}}^{iAWi} - A_{x\overline{n|}}^{AWi}$$

Die explizite Bestimmung der Beitragsbefreiung erfolgt analog dem ursprünglichen Ansatz (12), mit den modifizierten Leistungsbarwerten als einzigem Unterschied

$$B^{BU\text{-}B}_{x\overline{n|}} = B^{aiAWi}_{x\overline{n|}} - B^{BU\text{-}R}_{x\overline{n|}} - B^{AWi}_{x\overline{n|}} = B^{aiAWi}_{x\overline{n|}} - (B^{aiAWi}_{x\overline{n|}} - B^{AWiBf}_{x\overline{n|}}) - B^{AWi}_{x\overline{n|}}$$

$$= B^{AWiBf}_{x\overline{n|}} - B^{AWi}_{x\overline{n|}} = \left[(1-\beta) \cdot B^{AWi}_{x\overline{n|}}\right] \cdot \frac{a_{x\overline{n|}} - a^{a}_{x\overline{n|}}}{(1-\beta) \cdot a^{a}_{x\overline{n|}}}$$

sodass sich für den Beitrag der Beitragsbefreiung ein, bis auf den zu befreienden Beitrag, analoges Resultat zu dem in (13) ergibt. Für die Deckungskapitalien wird, mit folgendem Ergebnis, analog vorgegangen:

$${}_{m}V^{BU\text{-}B}_{x,n} = \left[B^{AWi}_{x\overline{n|}} \cdot (1-\beta)\right] \cdot \left(a_{x+m\,\overline{n-m|}} - a^{a}_{x+m\,\overline{n-m|}}\right) - (1-\beta) \cdot B^{BU\text{-}B}_{x\overline{n|}} \cdot a^{a}_{x+m\,\overline{n-m|}}$$

$${}^{\,i}_{m}V^{BU\text{-}B}_{x,n} = \left[B^{AWi}_{x\overline{n|}} \cdot (1-\beta)\right] \cdot a_{x+m\,\overline{n-m|}}$$

Durch diesen Ansatz verschwindet wie gewünscht der störende Term (17), und die befreiten Teile, wie die Alters- oder die Hinterbliebenenrente, beziehen sich nicht mehr getrennt auf die Aktiven und die Invaliden, sondern auf den gemischten Bestand aller Lebenden. Damit sind bei eingeschlossenem BU-Schutz keine speziellen Tarife mehr notwendig. Die so definierten Zusatzversicherungen kommen dadurch der separierten Tarifgestaltung in der Lebensversicherung sehr nahe. Es entsteht darüber hinaus eine Symmetrie zwischen der BU-Beitragsbefreiung und der BU-Rente, die dem Ergebnis eine gewisse Eleganz verleiht, da bei der BU-Beitragsbefreiung respektive bei der BU-Rente der Leistungsbarwert aus der Differenz der Beitragsbarwerte und der Leistungsbarwerte besteht.

3.3 Bewertung der Ansätze

Der Ansatz einer Differenzbildung zwischen einem kompakten Tarif inklusive Beitragsbefreiung bei Invalidität und dem entsprechenden Tarif ohne BU-Schutz ist Ziel führend, da sich mit der anschließenden Umformung eine nahezu gewöhnliche BUZ-B ergibt. Dabei hat der modifizierte Ansatz aus Abschnitt 3.2 den klaren Vorteil, dass sich die befreiten Tarife, wie in der Lebensversicherung, auf den gemischten Bestand beziehen und die Unterscheidung zwischen Aktiven und Invaliden den BU-Zusatzversicherungen vorbehalten bleibt. Bemerkenswert ist für beide Ansätze, dass sich die Separierung rein algebraisch, d.h. ohne Nutzung der inneren Struktur der zugrunde gelegten Barwerte, bewerkstelligen lässt. Dadurch ergeben sich die neuen Barwerte als einfache Zusammensetzung bekannter Grundbarwerte.

Die hergeleiteten Formeln für den Beitrag und das Deckungskapital (für Aktive sowie für Invalide), die getrennt voneinander bestimmt werden, sind, wie die Ausgangsformeln auch, konsistent zueinander, da das neu bestimmte Deckungskapital der kanonischen Formel Leistungsbarwert abzüglich Beitragsbarwert genügt. Dadurch beschreiben sie vollständig und konsistent eine Beitragsbefreiung, von der Policierung über die darauffolgende zeitliche Entwicklung bis hin zum Leistungsfall. Im Invaliditätsfall wird das Deckungskapital, wie üblich, aufgestockt. Dieser Vorgang wird durch die Deckungskapitalformeln beschrieben.

Neu ist, dass die BUZ-B abweichend von der BUZ-R kalkuliert wird. Sie lassen sich im erweiterten Ansatz aus Abschnitt 3.2 sogar beide als Differenz von jeweils zwei Grundbarwerten darstellen. Darüber hinaus weisen beide einen vom üblichen BUZ-Leistungsbarwert aus Formel (1) abweichenden Leistungsbarwert auf. Die durchgeführte Analyse zeigt, dass dies daran liegt, dass in der Pensionsversicherung das BU-Risiko nicht unabhängig von den anderen Risiken in die Kalkulation eingeht.

Des Weiteren ergibt sich für die BUZ-B kalkulatorisch eine jährliche Rentenzahlweise, deren Auszahlung nicht sofort, sondern zu dem den BU-Leistungsfall folgenden Versicherungsjahrestag einsetzt – passend zu der kalkulatorisch jährlichen Beitragszahlweise. Folglich kann im letzten Jahr der Versicherungsdauer kalkulatorisch keine Leistung mehr fällig werden, weil kalkulatorisch der letzte Beitrag bereits zum Versicherungsjahresbeginn geflossen ist. Dies erklärt somit den Nulldurchgang des Deckungskapitals zu diesem Zeitpunkt, wie in Abbildung 1 zu sehen ist. Befreit wird bei der hergeleiteten BU-B der Anlagebeitrag, sodass vom Kunden ein geringerer Beitrag gezahlt und vom Risikoträger eine entsprechend geringere Deckungsrückstellung gestellt werden muss. Dies gilt nicht nur kalkulatorisch für die Anwartschaft, sondern auch für den Leistungsfall als direkte Konsequenz der kompakten Kalkulation, durch die keine Verrechnung der Inkassokosten zwischen den Teilen erfolgt. Stattdessen wird implizit berücksichtigt, dass im Zustand der Invalidität kein Beitrag fließt, und somit keine Inkassokosten fällig werden. Dies wird bei der Durchführung der Separierung explizit sichtbar. Bemerkenswert ist ebenfalls, dass bei Invalidität für die BUZ-B nicht die Invalidensterblichkeit zugrunde gelegt wird, sondern die gemischte Sterblichkeit. Dies ist ebenfalls auf die kompakte Kalkulation zurückzuführen.

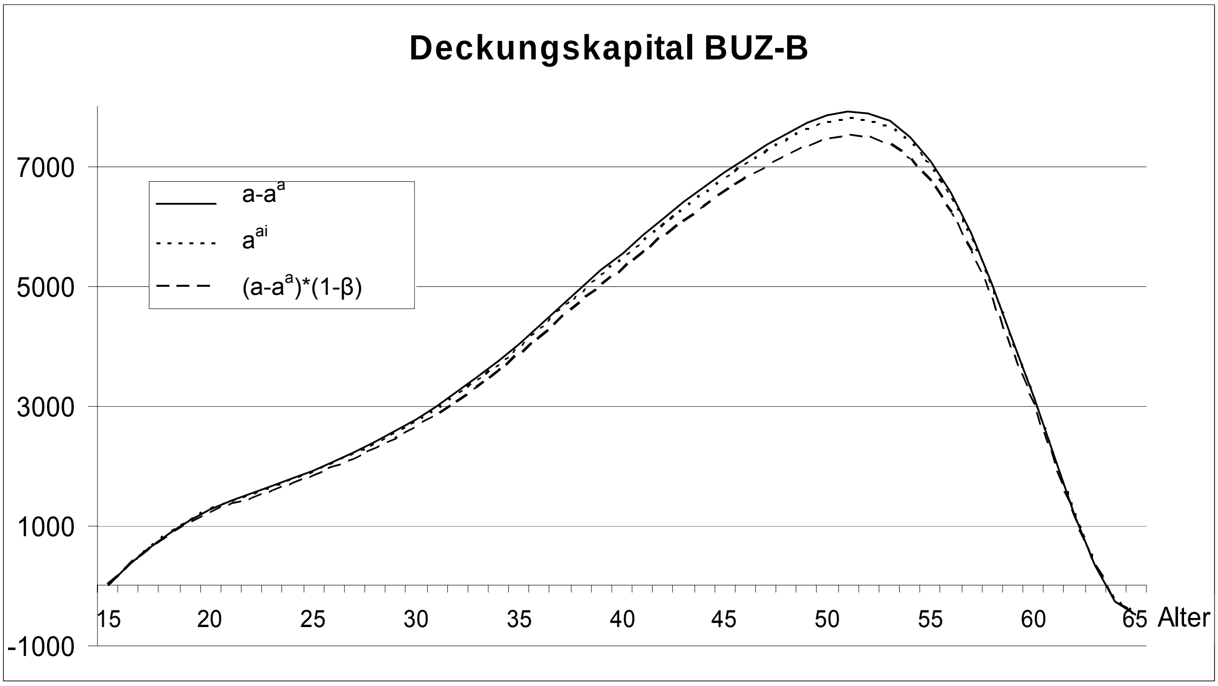

Abbildung 1: Deckungskapitalverlauf einer BUZ-B mit verschiedenen Leistungsbarwerten

4 Separierung von Kompakttarifen in der Lebensversicherung

Nach der Pensionsversicherung wird die Lebensversicherung behandelt, da hier, wenn auch nicht so häufig wie in der Pensionsversicherung, ebenfalls Kompakttarife vorkommen. In diesem Zusammenhang kommen zwei wesentliche Aspekte hinzu, die von fachlichem Interesse sind: Zum einen die Zillmerung, die als beitragsbezogen angenommen wird und somit den Nenner der Beitragsgleichung modifiziert, zum anderen die abweichenden Dauern. So können im Allgemeinen die Beitragsdauer t, die BU-Leistungsdauer l, sowie die BU-Gefahrtragungsdauer g (bei einer separaten Betrachtungsweise fällt diese mit der Versicherungsdauer der BUZ zusammen) von der Versicherungsdauer der Hauptversicherung n abweichen. Aufgrund der abweichenden Dauern ist der Beitragsbarwert nicht mehr der bekannte Barwert einer Aktivenrente, sondern setzt sich folgendermaßen zusammen:

$$a^{*a}_{x\,\overline{t|}} = \begin{cases} a^a_{x\,\overline{t|}} & ,\ \text{für } t \le g \\ a^a_{x\,\overline{g|}} + {}_gE^a_x \cdot a_{x+g\,\overline{t\text{-}g|}} & ,\ \text{für } g < t \le l \\ a^a_{x\,\overline{g|}} + {}_gE^a_x \cdot a_{x+g\,\overline{l\text{-}g|}} + {}_lE_x \cdot a_{x+l\,\overline{t\text{-}l|}} & ,\ \text{für } l < t \le n \end{cases}$$

Eine weitere Änderung, die aber weniger grundsätzlich ist, ist die Berücksichtigung von vielfältigeren Kosten. Die definierenden Gleichungen für derartige Produkte sind folgendermaßen ausgeprägt:

$$B^{HVBU}_{x\,\overline{n|}} = \frac{A_{x\,\overline{n|}} + \gamma_2 \cdot a_{x\overline{n|}} + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot a^{*a}_{x\overline{t|}}}{(1\text{-}\beta\text{-}\alpha_2) \cdot a^{*a}_{x\overline{t|}} \text{-} \alpha_1 \cdot t}$$

wobei α_1 die gezillmerten Abschlusskosten, α_2 die Amortisationskosten, und γ_1 und γ_2 die Verwaltungskostensätze für die beitragspflichtige bzw. beitragsfreie Zeit darstellen. Als beitragsfreie Zeit wird hierbei auch eine eventuelle Phase der Invalidität angesehen, wie es der zugeordnete Barwert a_{xn} signalisiert.

Die zugehörigen Deckungskapitalien lauten:

<u>Deckungskapital (beitragspflichtig gezillmert)</u>

$${}_mV'_{x,n} \quad = \left[A_{x+m\,\overline{n\text{-}m|}} + \gamma_2 \cdot a_{x+m\,\overline{n\text{-}m|}} + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot a^{*a}_{x+m\,\overline{t\text{-}m|}}\right]$$

$$-B_{x\,\overline{n}|}\cdot(1-\beta-\alpha_2)\cdot a^{*a}_{x+m\,\overline{t-m}|}$$

<u>Deckungskapital nach Ablauf der Gefahrtragungsdauer</u>

$${}_{m}V'_{x,n} \quad = \left[A_{x+m\,\overline{n-m}|} + \gamma_2\cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|} + (\gamma_1-\gamma_2)\cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}\right] - B_{x\,\overline{n}|}\cdot(1-\beta-\alpha_2)\cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}$$

<u>Deckungskapital (Invalide)</u>

Beitragsfrei nach Ablauf der Leistungsdauer

$${}^{I}_{m}V'_{x,n} \;= \left[A_{x+m\,\overline{n-m}|} + \gamma_2\cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|}\right]$$

Beitragspflichtig nach Ablauf der Leistungsdauer

$${}^{I}_{m}V'_{x,n} \quad = \left[A_{x+m\,\overline{n-m}|} + \gamma_2\cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|} + (\gamma_1-\gamma_2)\cdot(a_{x+m\,\overline{t-m}|} - a_{x+m\,\overline{l-m}|})\right]$$

$$-B_{x\overline{n}|}\cdot(1-\beta-\alpha_2)\cdot(a_{x+m\,\overline{t-m}|} - a_{x+m\,\overline{l-m}|})$$

wobei die Deckungskapitalien jetzt mit einem „’ “ versehen sind, um zu signalisieren, dass sie gezillmert sind. Der Leistungsbarwert A ist die Summe von zwei Barwerten A_1 und A_2. Der Barwert A_1 entspricht dem Barwert der Hauptversicherung, z.B. einer gemischten Versicherung. Der Barwert A_2 entspricht dem BUZ-R-Barwert (1+ γ_4) R a^{ai}. Die verwendete BUZ-R geht additiv in den Tarif ein, und entspricht genau der in (3) eingeführten. Sie lässt sich somit analog dem Beispiel aus Abschnitt 3.1 einfach herauslösen.

Es wird gezeigt, dass trotz der in der Lebensversicherung hinzukommenden Komplikationen, die in der Pensionsversicherung verwendeten Methoden für die Separierung ebenso Ziel führend sind, tatsächlich ergeben sich analoge Resultate. Die Anwendung des Ansatzes aus Abschnitt 3 auf die hier für die Lebensversicherung eingeführten Tarife ohne BUZ-R ergibt folgende Berechnung für die BU-B:

$$B^{BU\text{-}B}_{x\overline{n}|} \;=\; B^{HVBU\text{-}B}_{x\overline{n}|} - B^{HV}_{x\overline{n}|} \qquad = \frac{A_{1x\,\overline{n}|} + \gamma_2\cdot a_{x\overline{n}|} + (\gamma_1-\gamma_2)\cdot a^{*a}_{x\overline{t}|}}{(1-\beta-\alpha_2)\cdot a^{*a}_{x\overline{t}|} - \alpha_1\cdot t}$$

$$- \frac{A_{1x\,\overline{n|}} + \gamma_2 \cdot a_{\overline{xn|}} + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot a_{\overline{xt|}}}{(1-\beta-\alpha_2) \cdot a_{\overline{xt|}} - \alpha_1 \cdot t}$$

$$= \frac{(1-\beta-\alpha_2) \cdot \left(A_{1x\,\overline{n|}} + \gamma_2 \cdot a_{\overline{xn|}}\right) + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot \alpha_1 \cdot t}{(1-\beta-\alpha_2) \cdot a_{\overline{xt|}} - \alpha_1 \cdot t} \cdot \frac{a_{\overline{xt|}} - a^{*a}_{\overline{xt|}}}{(1-\beta-\alpha_2) \cdot a^{*a}_{\overline{xt|}} - \alpha_1 \cdot t}$$

$$= \left[(1-\beta-\alpha_2) \cdot \frac{A_{1x\,\overline{n|}} + \gamma_2 \cdot a_{\overline{xn|}} + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot a_{\overline{xt|}}}{(1-\beta-\alpha_2) \cdot a_{\overline{xt|}} - \alpha_1 \cdot t} - (\gamma_1 - \gamma_2)\right] \cdot \frac{a_{\overline{xt|}} - a^{*a}_{\overline{xt|}}}{(1-\beta-\alpha_2) \cdot a^{*a}_{\overline{xt|}} - \alpha_1 \cdot t}$$

$$= \left[(1-\beta-\alpha_2) \cdot B^{HV}_{\overline{xn|}} - (\gamma_1 - \gamma_2)\right] \cdot \frac{a_{\overline{xt|}} - a^{*a}_{\overline{xt|}}}{(1-\beta-\alpha_2) \cdot a^{*a}_{\overline{xt|}} - \alpha_1 \cdot t} \qquad (16)$$

Dies ist die kanonische Form einer BUZ-B, d.h. der zu befreiende Beitrag multipliziert mit dem Leistungsbarwert, zzgl. den Verwaltungskosten multipliziert mit dem Verwaltungskostenbarwert, dividiert durch den üblichen Nenner: Beitragsbarwert zzgl. Zillmerung. Es ist also trotz der höheren Komplexität, insbesondere durch die Zillmerung, dennoch gelungen die Beitragsbefreiung herauszulösen. Das Ergebnis ist dem für die Pensionsversicherung ähnlich. Die so erhaltene BU-Beitragsbefreiung befreit ebenfalls den Anlagebeitrag, dieser ist jetzt der Tarifbeitrag abzüglich Inkasso- und Amortisationskosten. Die spezielle Gestalt des Leistungsbarwertes als Differenz der Beitragsbarwerte bleibt ebenfalls erhalten. Hinzugekommen sind natürlich die Beitragszillmerung sowie die Verwaltungskosten (im Invalidenzustand), deren Bezugsgröße die Summe der Hauptversicherung und nicht der zu befreiende Beitrag wie bei der BUZ-B in Formel (4) ist.

Nun sind die Deckungskapitalien zu separieren. Hier wird analog den Formeln (15) und (16) vorgegangen:

<u>Deckungskapital (beitragspflichtig gezillmert)</u>

$$\begin{aligned} {}_mV'_{x,n} &= A_{1x+m\,\overline{n-m|}} + \gamma_2 \cdot a_{x+m\,\overline{n-m|}} + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot a^{*a}_{x+m\,\overline{t-m|}} - B_{x\,\overline{n|}} \cdot (1-\beta-\alpha_2) \cdot a^{*a}_{x+m\,\overline{t-m|}} \\ &\quad - \left[A_{1x+m\,\overline{n-m|}} + \gamma_2 \cdot a_{x+m\,\overline{n-m|}} + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t-m|}} - B^{HV}_{x\,\overline{n|}} \cdot (1-\beta-\alpha_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t-m|}}\right] \end{aligned}$$

$$= (1-\beta-\alpha_2)\cdot\left(B^{HV}_{x\overline{n}|}\cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|} - B_{x\overline{n}|}\cdot a^{*a}_{x+m\,\overline{t-m}|}\right) - (\gamma_1-\gamma_2)\cdot\left(a_{x+m\,\overline{t-m}|} - a^{*a}_{x+m\,\overline{t-m}|}\right)$$

$$= \left[B^{HV}_{x\overline{n}|}\cdot(1-\beta-\alpha_2)-(\gamma_1-\gamma_2)\right]\cdot\left(a_{x+m\,\overline{t-m}|} - a^{*a}_{x+m\,\overline{t-m}|}\right)$$

$$- B^{BU\text{-}B}_{x\overline{n}|}\cdot(1-\beta-\alpha_2)\cdot a^{*a}_{x+m\,\overline{t-m}|}$$

Dies entspricht der kanonischen Form des gezillmerten Deckungskapitals des Tarifs, Leistungsbarwert abzüglich Beitragsbarwert, mit dem korrespondierenden gezillmerten Tarifjahresbeitrag.

Insgesamt ergibt sich damit, dass mit der derart definierten BU-B, in Kombination mit der Hauptversicherung, ein Vertrag entsteht, bei dem der Beitrag sowie der Deckungskapitalverlauf mit dem zugrunde gelegten Kompakttarif vollkommen übereinstimmen.

Deckungskapital (beitragsfrei)

Das beitragsfreie Deckungskapital des Kompakttarifs entspricht in allen Konstellationen dem der entsprechenden Hauptversicherung allein. Dies passt zu der Tatsache, dass eine BUZ-B bei Beitragsfreistellung ausgeschlossen wird, bzw. nach Ablauf der Beitragszahlungsdauer abläuft, und somit deren Deckungskapital 0 ist. Das bei Ablauf der Gefahrtragungsdauer vorhandene Deckungskapital geht an die Hauptversicherung über, wie im Folgenden gezeigt wird:

Deckungskapital nach Ablauf der Gefahrtragungsdauer

$$_mV'_{x,n} = \left[A_{x+m\,\overline{n-m}|} + \gamma_2\cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|} + (\gamma_1-\gamma_2)\cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}\right]$$

$$- B_{x\,\overline{n}|}\cdot(1-\beta-\alpha_2)\cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}$$

$$- \left[A_{x+m\,\overline{n-m}|} + \gamma_2\cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|} + (\gamma_1-\gamma_2)\cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}\right]$$

$$+ B^{HV}_{x\overline{n}|}\cdot(1-\beta-\alpha_2)\cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}$$

$$= - B^{BU\text{-}B}_{x\overline{n}|} \cdot (1- \beta - \alpha_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t\text{-}m}|}$$

Der Ausdruck entspricht dem negativen Beitragsbarwert der BUZ-B. Dieses Ergebnis erklärt sich dadurch, dass Kompakttarife, wegen des nivellierten Beitrages auf Vertragsebene, eine einzige Beitragsdauer haben, die die Gefahrtragungsdauer übersteigen kann. Die Formel für das Deckungskapital enthält ansonsten nichts BUZ-B-spezifisches mehr, weil der Leistungsbarwert nach Ablauf der Gefahrtragungsdauer verschwindet, und $a^{*a} = a$ ist. Eine separierte BUZ-B läuft zum Ende der Gefahrtragungsdauer ab, und endet hier deshalb mit einem negativen Deckungskapital. Dieses wird an die Hauptversicherung, die bestehen bleibt, übertragen. Der Beitrag für den Vertrag ergibt sich damit nach Ablauf der BUZ-B aus nachfolgender Formel

$$B^{neu}_{x\overline{n}|} = \frac{A_{x+m\,\overline{n\text{-}m}|} + \gamma_2 \cdot a_{x+m\overline{n\text{-}m}|} + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot a_{x+m\overline{t\text{-}m}|} - \left({}_m V'_{x,n} - B^{BU\text{-}B}_{x\,\overline{n}|} \cdot (1- \beta - \alpha_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t\text{-}m}|}\right)}{(1- \beta - \alpha_2) \cdot a_{x+m\overline{t\text{-}m}|}}$$

$$= \frac{A_{x+m\,\overline{n\text{-}m}|} + \gamma_2 \cdot a_{x+m\overline{n\text{-}m}|} + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot a_{x+m\overline{t\text{-}m}|} - \left({}_m V'_{x,n}\right)}{(1- \beta - \alpha_2) \cdot a_{x+m\overline{t\text{-}m}|}} + \frac{B^{BU\text{-}B}_{x\,\overline{n}|} \cdot (1- \beta - \alpha_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t\text{-}m}|}}{(1- \beta - \alpha_2) \cdot a_{x+m\overline{t\text{-}m}|}}$$

$$= B^{HV}_{x\overline{n}|} + B^{BU\text{-}B}_{x\overline{n}|}$$

$$= B_{x\overline{n}|}$$

Als Konsequenz bleibt der Beitrag des Gesamtvertrages erhalten – so wie es sein muss. Es sei angemerkt, dass der Beitrag ungezillmert neu gerechnet wird, da bei der Übertragung innerhalb des Vertrages keine neuen Abschlusskosten anfallen. Die bisherige Zillmerung wird durch das als anrechenbarer Wert eingehende gezillmerte Deckungskapital berücksichtigt.

Deckungskapital (Invalide)

Beitragsfrei nach Ablauf der Leistungsdauer

Es finden in der Lebensversicherung je versichertem Risiko spezifische Prozesse statt. Dies bringt den Vorteil, dass im BU-Leistungsfall nur an den BU-Teilen Umstellungen stattfinden. Es gilt aus diesem Grund für die Separierung die Voraussetzung, dass das Deckungskapital der Hauptversicherung im Invaliditätsfall für separierte Tarife unverändert bleibt – die Gründe hierfür wurden in Absatz 3 besprochen. Dies führt zu folgendem Invaliden-Deckungskapital:

$$
\begin{aligned}
{}_{m}^{I}V'_{x,n} &= \left[A_{x+m\,\overline{n-m}|} + \gamma_2 \cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|}\right] \\
&\quad - \left[A_{x+m\,\overline{n-m}|} + \gamma_2 \cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|} + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}\right] \\
&\quad + B^{HV}_{x\overline{n}|} \cdot (1 - \beta - \alpha_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|} \\
&= \left[B^{HV}_{x\overline{n}|} \cdot (1 - \beta - \alpha_2) - (\gamma_1 - \gamma_2)\right] \cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}
\end{aligned}
$$

Dies ist im Wesentlichen der Anlagebeitragsbarwert der Hauptversicherung (zzgl. Verwaltungskosten), die durch die BUZ-B im Invalidenzustand von der Beitragszahlung befreit wird.

Beitragspflichtig nach Ablauf der Leistungsdauer

Mit dem oben eingeführten Ansatz der Differenzbildung erhält man folgenden Ausdruck:

$$
\begin{aligned}
{}_{m}^{I}V'_{x,n} &= \left[A_{1x+m\,\overline{n-m}|} + \gamma_2 \cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|} + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot (a_{x+m\,\overline{t-m}|} - a_{x+m\,\overline{l-m}|})\right] \\
&\quad - B_{x\overline{n}|} \cdot (1 - \beta - \alpha_2) \cdot (a_{x+m\,\overline{t-m}|} - a_{x+m\,\overline{l-m}|}) \\
&\quad - \left[A_{x+m\,\overline{n-m}|} + \gamma_2 \cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|} + (\gamma_1 - \gamma_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}\right]
\end{aligned}
$$

$$+B^{HV}_{x\overline{n}|} \cdot (1-\beta-\alpha_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}$$

$$= \left[B^{HV}_{x\overline{n}|} \cdot (1-\beta-\alpha_2) - (\gamma_1-\gamma_2)\right] \cdot a_{x+m\,\overline{l-m}|}$$

$$-B^{BU\text{-}B}_{x\overline{n}|} \cdot (1-\beta-\alpha_2) \cdot (a_{x+m\,\overline{t-m}|} - a_{x+m\,\overline{l-m}|})$$

Dies entspricht, wegen des Terms

$$-B^{BU\text{-}B}_{x\overline{n}|} \cdot (1-\beta-\alpha_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}$$

jedoch nicht der benötigten kanonischen Form zu befreiender Beitrag mal Rentenbarwert zzgl. Kostenbarwert. Um diese zu erhalten muss, ähnlich dem Fall einer im Vergleich zur Beitragszahlungsdauer abgekürzten Gefahrtragungsdauer, der Beitrag der BUZ-B im Zuge des Leistungsfalles auf die Hauptversicherung übertragen werden, wodurch sich das Deckungskapital der Hauptversicherung entsprechend ändert. Das Deckungskapital der BUZ-B wird somit durch die Leistungsfallbearbeitung auf den Wert aufgestockt, der den Gesamtbeitrag befreit, und in Summe mit dem modifizierten Deckungskapital der Hauptversicherung ergibt sich das benötigte Gesamtdeckungskapital.

$$
\begin{aligned}
{}^{I}_{m}V'_{x,n} &= \left[A_{1x+m\,\overline{n-m}|} + \gamma_2 \cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|} + (\gamma_1-\gamma_2) \cdot (a_{x+m\,\overline{t-m}|} - a_{x+m\,\overline{l-m}|})\right] \\
&- B_{x\,\overline{n}|} \cdot (1-\beta-\alpha_2) \cdot (a_{x+m\,\overline{t-m}|} - a_{x+m\,\overline{l-m}|}) \\
&- \left[A_{x+m\,\overline{n-m}|} + \gamma_2 \cdot a_{x+m\,\overline{n-m}|} + (\gamma_1-\gamma_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|}\right] \\
&+ B_{x\,\overline{n}|} \cdot (1-\beta-\alpha_2) \cdot a_{x+m\,\overline{t-m}|} \\
&= \left[B_{x\,\overline{n}|} \cdot (1-\beta-\alpha_2) - (\gamma_1-\gamma_2)\right] \cdot a_{x+m\,\overline{l-m}|}
\end{aligned}
$$

Durch diese Umformung kann mit dem Erreichen des Leistungsendes im Invalidenzustand die BUZ-B wie gewohnt ablaufen, und es wird wieder, wie vorgesehen, der volle Beitrag fällig. Der Beitrag einer evtl. vorhandenen BUZ-R ist analog zu behandeln.

Zusammenfassend ist es trotz der höheren Komplexität, insbesondere durch die Zillmerung, dennoch gelungen die Beitragsbefreiung, mit derselben Methode der Differenzbildung, herauszulösen. Das Ergebnis ist dem für die Pensionsversicherung ähnlich. Die erhaltene BU-B befreit ebenfalls den Anlagebeitrag. Die spezielle Gestalt des Leistungsbarwertes aus Formel (12) als Differenz der Beitragsbarwerte bleibt ebenfalls in Formel (18) erhalten. Hinzugekommen sind die Verwaltungskosten und natürlich die Beitragszillmerung.

Die BUZ-R hat, anders als der in Abschnitt 3 untersuchte Tarif, die für die Lebensversicherung gewohnte Form, und ist nicht mit den anderen versicherten Risiken verwoben. Aus diesem Grund konnte sie ohne Weiteres ermittelt werden.

Ein Teil der Ergebnisse für die Kompakttarife lassen sich auf BUZ-B-Tarife anwenden, um diese künftig zu optimieren. Einfach umzusetzen ist z.B. die Erkenntnis, dass die Inkasso- und Amortisationskosten kalkulatorisch nicht befreit werden müssen, da diese im Invalidenzustand nicht anfallen, und deshalb auch nicht verursachungsgerecht sind. Dies würde bedeuten, dass der befreite Beitrag, und somit auch der gezahlte Beitrag, sich entgegen der verbreiteten Kalkulationsweise, bei der diese Tatsache keine Berücksichtigung findet, entsprechend verringern. Der BUZ-B-Schutz kann also generell günstiger angeboten werden als es aktuell in der Lebensversicherung der Fall ist. Für das Versicherungsunternehmen kommt hinzu, dass aus diesem Grund bilanziell weniger Kapital gestellt werden muss, vgl. Abbildung 1.

5 Bilanzielle Aspekte

In diesem Abschnitt werden bilanzielle Aspekte behandelt, die bei der Separierung von Kompakttarifen, sowohl in der Pensions- als auch in der Lebensversicherung, auftreten. In einem Tarif, der aus Tarifkomponenten besteht, wird je Komponente eine Deckungsrückstellung ausgewiesen. Die Summe dieser Deckungsrückstellungen ist jedoch nicht immer gleich der Deckungsrückstellung auf Vertragsebene, weil diese Größen nicht negativ sind. Ist das Deckungskapital der BUZ aufgrund des Risikoverlaufs negativ, das Gesamtdeckungskapital jedoch positiv, ist die Gesamtdeckungsrückstellung eines Kompakttarifes, wegen der Verrechnung, kleiner als die Summe der Deckungsrückstellungen je Vertragsteil.

Um diese Zusammenhänge formelmäßig fassen zu können, sind bilanzielle Begriffe notwendig. Negative DK-Verläufe sind auf verschiedene Ursachen zurückzuführen, wobei aus bilanzieller Sicht wesentlich ist, ob sich dieser negative Wert aktivieren lässt – oder nicht. Gezillmerte Abschlusskosten werden als aktivierte Ansprüche ausgewiesen (AktAnspr). Die restlichen negativen Anteile werden als Posten „sonstige" ausgewiesen (NegDkNZillm), und gehen zu Lasten des Jahresergebnisses.

Der Übergang zwischen Versicherungstechnik und Buchungstechnik/Bilanz findet in der NW217, die die Deckungskapitalzerlegung darstellt, statt. Dazu wird die versicherungstechnische Deckungskapitalzerlegung umgestellt auf DrZillm, die folgendermaßen definiert ist:

$$\text{DrZillm} := \text{ZillmDk} + \text{NegDkNZillm}$$

Praktisch wird die Zerlegung um NegDkNZillm erhöht. Die Deckungsrückstellung ist zusätzlich um die aktivierten Ansprüche erhöht, und ist somit stets positiv:

$$\text{Dr} := \text{DrZillm} + \text{AktAnspr} = \text{ZillmDk} + \text{AktAnspr} + \text{NegDkNZillm}$$

Mit obiger Annahme eines positiven Gesamtdeckungskapitales bei negativem Deckungskapital der Zusatzversicherung ZillmDk(ZV) ist die DR nicht additiv:

$$\begin{aligned}\text{Dr(HV)} + \text{Dr(ZV)} &= \text{ZillmDk(HV)} + \text{ZillmDk(ZV)} + \text{NegDkNZillm(ZV)}\\ &= \text{ZillmDk} + \text{NegDkNZillm(ZV)}\\ &= \text{Dr} + \text{NegDkNZillm(ZV)}\\ &> \text{Dr}\end{aligned}$$

Hier steht HV für die Hauptversicherung. Um hier eine Identität beim Übergang von einem Kompakttarif auf den entsprechenden separierten Tarif zu erhalten, müssen die Deckungsrückstellungen je Komponente umdefiniert werden. Es wird der Ansatz gewählt, die Dr(ZV) identisch 0 zu setzen und die Deckungsrückstellung komplett bei der Hauptversicherung zu führen. Dadurch findet, bei unterschiedlichen Vorzeichen der Deckungskapitalien, die Verrechnung vor der Maximierung mit 0 statt, sodass die Deckungsrückstellung auf Vertragsebene durch die Separierung unbeeinflusst bleibt. Um die Dr(ZV) buchungstechnisch zu unterdrücken, werden

$$\text{NegDkNZillm(ZV)} = -\text{ZillmDk(ZV)}$$

sowie

$$\text{AktAnspr(ZV)} = 0$$

gesetzt, und NegDkNZillm(HV) entsprechend (mit entgegen gesetztem Vorzeichen) verändert, damit auf Vertragsebene der Wert unverändert bleibt:

$$\text{Dr(ZV)} = \text{ZillmDk(ZV)} + \text{AktAnspr(ZV)} + \text{NegDkNZillm(ZV)} = \text{ZillmDk(ZV)} + 0 - \text{ZillmDk(ZV)} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{Dr(HV)} &= \text{ZillmDk(HV)} + \text{NegDkNZillm(HV)} \\ &= \text{ZillmDk(HV)} + \text{ZillmDk(ZV)} \\ &= \text{Dr} \end{aligned}$$

Mit dieser Methode wird erreicht, dass die Deckungsrückstellung komplett bei der Hauptversicherung geführt wird, ohne sich auf die versicherungstechnischen Deckunskapitalien auszuwirken. Insbesondere ist diese Deckungsrückstellung identisch mit der des Kompakttarifes, auch wenn sich die Vorzeichen der einzelnen Deckunskapitalien unterscheiden.

6 Separierung der Verträge

In diesem Abschnitt wird die Separierung von bestehenden Verträgen sowohl in der Pensions- als auch in der Lebensversicherung behandelt. Die Separierung von Verträgen ist eine Aufgabenstellung aus der Praxis, die z.B. entsteht, wenn ein kompakter Bestand in ein Verwaltungssystem migriert werden soll, das mit separaten Tarifkomponenten arbeitet. Für dieses Vorhaben ist nämlich, anders als bei der Einführung von Neugeschäft, die Abbildung des Kompakttarifes durch separierte Tarifkomponenten nicht ausreichend. Es werden zusätzlich die separierten Beiträge und Deckungskapitalien der bestehenden Verträge benötigt. Eine weitere praktische Nutzung der Separierung ist es, die Bestimmung der Deckungsrückstellungen getrennt nach versicherten Risiken durchzuführen, z.B. um für Solvency II das Standardmodell des GDV für kompakt kalkulierte Tarife nutzen zu können.

Um die Separierung der Verträge zu erreichen, müssen deren Beitrag und deren Deckungskapital aufgetrennt werden. Dies wird mittels eines Algorithmus bewerkstelligt. Für die Konstruktion der Lösung ist es wichtig festzustellen, dass aus rein rechnerischer Sicht keine eindeutige Lösung existiert. Im Gegenteil ist jeder Satz von Teilbeiträgen $\{P_i\}$ mit

$$\Sigma_i P_i = P \qquad (17)$$

eine Lösung. Dabei bezeichnet P den deckungskapitalrelevanten Anlagebeitrag, also üblicherweise

$$P := (1 - \beta) B$$

in der Pensionsversicherung, und

$$P := (1 - \beta - \alpha_2) B$$

in der Lebensversicherung. Die sich aus diesen Beiträgen ergebenden Deckungskapitalien berechnen sich für die zu befreienden Vertragsteile wie folgt:

$$V_1 = A_1 + \gamma\, a - a\, P_1$$

Für die BU-R ergibt sich:

$$V_2 = A_2 - a^a\, P_2$$

Und für die BU-B:

$$V_3 = (a - a^a)\,(P_1 - \gamma) - a^a\, P_3$$

Zum Vergleich sieht das Deckungskapital des Kompakttarifes folgendermaßen aus:

$$V = A + \gamma\, a^a - a^a\, P$$

Um zu begründen, dass solch ein Satz von Teilbeiträgen eine Lösung ist, reicht es zu zeigen, dass aus dessen Eigenschaft (19) folgt, dass die Summe der Teildeckungskapitalien gleich dem Deckungskapital des Kompakttarifes ist:

$$\Sigma_i\, V_i = A_1 + A_2 + \gamma\, a^a - a^a\,(P_1 + P_2 + P_3) = A + \gamma\, a^a - a^a\, P = V \qquad (18)$$

Nicht jede solche Lösung ist jedoch unbedingt fachlich sinnvoll. Als Extremfall für eine fachlich unsinnige Lösung sei hier das Beispiel eines Satzes von teilweise negativen Beiträgen, die in Summe den Gesamtbeitrag ergeben, angeführt. Es ist demzufolge eine fachliche Aufgabe, eine sinnvolle Lösung zu ermitteln. Darüber hinaus wurde das Problem auf die Bestimmung der Einzelbeiträge zurückgeführt.

Zunächst werden die Teilbeiträge von Verträgen, die keine technische Vertragsänderung erfahren haben (im Folgenden als homogen bezeichnet), bestimmt. Der allgemeine Fall von inhomogenen Verträgen wird im Anschluss, unter Verwendung der Ergebnisse für den homogenen Fall, behandelt.

Für die Bestimmung der separierten Beiträge gibt es, wie in (20) gezeigt, i.a. keine eindeutige Lösung. Das Problem ist unterbestimmt. Im homogenen Fall können jedoch, weil sich der Vertrag seit Beginn nicht verändert hat, die Beitragsformeln für die separierten Teile, die in den Abschnitten 3 und 4 hergeleitet wurden, herangezogen werden. Damit lassen sich zu Beginn eindeutig die Beiträge je Teil bestimmen. Diese gelten, wegen der Homogenität, zum betrachteten Zeitpunkt weiterhin. In Summe ergeben diese aufgrund der Definition der Tarife den Gesamtbeitrag. Wie in (20) gezeigt wurde, ist dies die gesuchte Lösung, die im betrachteten homogenen Fall sogar eindeutig ist. Die entsprechenden Deckungskapitalien für die einzelnen Teile können damit prospektiv, gemäß den hergeleiteten Deckungskapitalformeln, bestimmt werden.

Bei inhomogenen Verträgen, d.h. solche die eine Vertragsänderung erfahren haben, sind der Gesamtbeitrag, und die Beiträge der separierten Teile, die gemäß dem Algorithmus für den homogenen Fall im aktuellen Zustand zu Beginn neu bestimmt werden, nicht konsistent miteinander, da sie im Allgemeinen die Relation (19) nicht erfüllen. Um dem entgegenzuwirken, wird zusätzlich zu den Schritten für den homogenen Fall der Gesamtbeitrag des Vertrages homogen neu berechnet, d.h. mit den aktuellen Grunddaten zu Beginn – als hätte keine Vertragsänderung stattgefunden. Dieser wird als homogener Gesamtbeitrag bezeichnet. Folgender Ansatz, als Homogenisierung bezeichnet, ist im inhomogenen Fall Ziel führend: Die einzelnen Beiträge werden mit dem Verhältnis zwischen tatsächlichem und homogenem Gesamtbeitrag bewertet. Es ist zu zeigen, dass dieser erweiterte Algorithmus, auch im inhomogenen Fall, eine exakte Lösung für die Separierung der Verträge liefert:

Sei P' der Beitrag der sich aus der homogenen Berechnung ergibt und P der tatsächliche Beitrag. Dann ergibt sich gemäß der Relation

$$(1 + \varepsilon)\, P' := P$$

der Ansatz

$$(1 + \varepsilon)\, P_i' = P_i$$

für die Beiträge der separierten Teile. Es ist nun einfach zu zeigen, dass die Teilbeiträge mit diesem Ansatz in Summe gleich dem Gesamtbeitrag sind:

$$\Sigma_i P_i = (1 + \varepsilon)\, \Sigma_i P_i' = (1 + \varepsilon)\, P' = P$$

Wie eingangs festgestellt wurde, reicht dies um zu zeigen, dass eine Lösung ermittelt wurde. Der hier gewählte Ansatz ist der einfachste für die Einzelbeiträge, da diese für jedes Vertragsteil als gleichförmig skalierend angesetzt werden. Des weiteren genügt der Ansatz der natürlichen Minimalanforderung, dass sich im homogenen Fall, wegen $\varepsilon = 0$, keine abweichende Lösung ergibt, weil dann P = P' gilt – und ist somit auch fachlich sinnvoll.

Insgesamt wurde also eine allgemeingültige und exakte Lösung konstruiert, die die fachlichen Anforderungen erfüllt. Im homogenen Fall ist die Lösung sogar eindeutig.

7 Schlussfolgerungen

In dieser Arbeit wurde konstruktiv gezeigt, dass sich Kompakttarife analytisch exakt separieren lassen. Insbesondere wurde für die implizite Beitragsbefreiung des Kompakttarifs im Invaliditätsfall eine explizite Darstellung hergeleitet. Dadurch entstehen zwar neuartige Berufsunfähigkeitszusatzversicherungen, die sich aber hauptsächlich durch spezielle Leistungsbarwerte von den üblich verwendeten unterscheiden. Ansonsten lassen sich diese Tarife geschlossen darstellen, sodass sie wie gewohnt behandelt werden können.

In der Lebensversicherung ist es trotz der größeren Komplexität im Vergleich zu der Pensionsversicherung, insbesondere durch die Zillmerung, dennoch gelungen die

Beitragsbefreiung mit derselben Methode der Differenzbildung herauszulösen. Das Ergebnis ist dem für die Pensionsversicherung analog. Die Ergebnisse für die Kompakttarife lassen sich teilweise auf die BUZ-B übertragen, um diese zu optimieren. Dadurch könnte in Zukunft der BUZ-B-Schutz generell günstiger angeboten werden als es aktuell in der Lebensversicherung der Fall ist. Eine weitere Folge wäre eine verursachungsgerechte Kalkulation.

Es wurde in Form eines Algorithmus aufgezeigt, wie bestehende Verträge, sowohl aus der Pensions- als auch aus der Lebensversicherung, exakt in einzelne Vertragsteile gemäß den separierten Tarifkomponenten aufgetrennt werden können. Für homogene Verträge wurde eine Lösung konstruiert, und gezeigt, dass diese eindeutig ist. Für den inhomogenen Fall wurde eine Lösung angegeben, die den fachlichen Anforderungen genügt, da sie im homogenen Grenzfall in die homogene Lösung übergeht. Insgesamt wurde damit gezeigt, dass für die Umstellung eines kompakten Bestandes auf separate Tarife nicht auf Näherungen zurückgegriffen werden muss. Dieser Aspekt ist besonders für die Praxis, typischerweise bei einer Bestandsmigration, relevant. Einen weiteren praktischen Nutzen bringt die Separierung bei der Bestimmung der Deckungsrückstellungen getrennt nach versicherten Risiken, z.B. um für Solvency II das Standardmodell des GDV auch für kompakt kalkulierte Tarife nutzen zu können.

Die hier vorgestellte Lösung stellt insgesamt eine praxisgerechte Methode dar, Kompakttarife auf separierte Tarifkomponenten zu überführen. Dadurch können die Vorteile einer separierten Tarifwelt genutzt werden, ohne Abweichung in den tariflich vorgegebenen versicherungstechnischen sowie bilanziellen Werten zu verursachen.

8 Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle bei Dr. Bettina Detzel für das Korrekturlesen und bei Kai Prestinari für die Unterstützung bei der Erstellung der Grafik herzlich bedanken.

Literaturverzeichnis

Gesamtverband für Versicherungswirtschaft (Solvency II 2005): Diskussionsbeitrag für einen Solvency II kompatiblen Standardansatz (Säule I), Version 1.0, Online im Internet [Download unter http://www.gdv.de/Themen/Querschnittsthemen/AufsichtBilanzierung/inhaltsseite15916.html, Abruf: 01.09.2009]

Mathematik und Technik betrieblicher Pensionszusagen (Neuburger 1997), 2. Auflage, hrsg. von Edgar Neuburger, Karlsruhe: Verlag für Versicherungswirtschaft, 1997

Neuburger, Aristid (Neuburger 2006): Solvency II für Einrichtungen der betrieblichen Altersversorgung, Zwischenbericht der Arbeitsgruppe Solvabilität / Risikosteuerung, 1. IVS-Forum: 14. November 2006 in Nürnberg, S. 18, Online im Internet [Download unter http://www.aktuar.de/download/ivs/veranstalt/IVS_06_Neuburger.pdf, Abruf 12.01.2010]

Strohmeier, Herbert, Karl-Walter Seiler (Strohmeier/Seiler 1991): Versicherungsmathematische Formelsammlung für die Praxis der Lebensversicherung, 5. Auflage, Karlsruhe: Verlag für Versicherungswirtschaft, 1991

Wolfsdorf, K. (Wolfsdorf 1997): Versicherungsmathematik Teil 1 Personenversicherung, Wiesbaden: Teubner Verlag, 1997